



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř. 17. listopadu 49**

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu  
„Výuka moderně“**

**Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

**Šablona: III/2 Přírodovědné předměty**

**Sada: 3 Matematika**

**Číslo materiálu v sadě: 2**



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název: Řešení logaritmických rovnic (pracovní listy)

Jméno autora: Ondřej Holpuch

Předmět: matematika

Jazyk: český

Klíčová slova: logaritmus, logaritmická rovnice

Cílová skupina: žáci 2. ročníku SOŠ

Stupeň a typ vzdělání: 2. stupeň, SOŠ



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### *Metodický list/anotace*

Tento výukový materiál představuje sestavu pracovních listů. Předchází jí prezentace, která učitelé pomáhá při uvedení žáků do tématu řešení jednoduchých logaritmických rovnic. S pracovními listy už žáci pracují samostatně. Řeší uvedené úlohy a jako vodítko mohou využít kompletní postup řešení.

Datum vytvoření: 26.9. 2012



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Řešení logaritmických rovnic–pracovní listy

1. úloha – Řešte rovnici v oboru **R**:

$$\log x^6 - \log x^4 + \log x^3 - 2 \log x^2 = 1$$

2. úloha – Řešte rovnici v oboru **R**:

$$2 \log 2x - \log(x-1) = 2$$



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**3. úloha** – Řešte rovnici v oboru **R**:

$$\log(2x - 1) - 1 = 2 \log 3 + \log(x - 1) - 3 \log 2$$

**4. úloha** – Řešte rovnici v oboru **R**:

$$\log(x + 3) + \log(x + 8) + 0,5 \cdot \log \frac{1}{36} = 0$$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### Řešení 1. úlohy

$$\log x^6 - \log x^4 + \log x^3 - 2 \log x^2 = 1 \quad | \text{ Výraz } 2 \cdot \log x^2 \text{ upravíme.}$$

$$\log(x^2)^2 \log x^6 - \log x^4 + \log x^3 - \log(x^2)^2 = 1$$

$$\log x^6 - \log x^4 + \log x^3 - \log x^4 = 1$$

Postupně sečteme a odečteme na levé straně rovnice.

$$\log \frac{x^6}{x^4} + \log x^3 - \log x^4 = 1$$

$$\log x^2 + \log x^3 - \log x^4 = 1$$

$$\log x^2 x^3 - \log x^4 = 1$$

$$\log x^5 - \log x^4 = 1$$

$$\log x = 1 \quad | \text{ Číslo 1 převedeme logaritmus.}$$

$$\log x = \log 10^1$$

$$\log x = \log 10 \quad | \text{ Rovnost logaritmů – odlogaritmuje.}$$

$$x = \underline{\underline{10}} \quad \text{Tj. množina kořenů: } P = \{10\}$$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Řešení 2. úlohy

$$2 \log 2x - \log(x-1) = 2 \quad | \quad 2 \log 2x \text{ upravíme na } \log(2x)^2$$

$$\log(2x)^2 - \log(x-1) = 2$$

$$\log 4x^2 - \log(x-1) = 2$$

$$\log \frac{4x^2}{x-1} = 2 \quad | \quad \text{Číslo 2 převedeme na dekad. logaritmus}$$

$$\log \frac{4x^2}{x-1} = \log 10^2$$

$$\log \frac{4x^2}{x-1} = \log 100 \quad | \quad \text{Rovnost logaritmů – odlogaritmuje}$$

$$\frac{4x^2}{x-1} = 100 \quad | \quad \cdot (x-1)$$

$$4x^2 = 100(x-1)$$

$$4x^2 = 100x - 100 \quad | \quad -100x + 100$$

$$4x^2 - 100x + 100 = 0 \quad | \quad : 4$$

$$x^2 - 25x + 25 = 0$$

Dospěli jsme ke kvadratické rovnici, kterou vyřešíme:

$$D = b^2 - 4ac = (-25)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 625 - 100 = 525$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{25 \pm \sqrt{525}}{2} = \frac{25 \pm 5\sqrt{21}}{2}$$

Oba kořeny vyhovují zadání naší logaritmické rovnice.

$$\text{Tj. množina kořenů: } P = \left\{ \frac{25 \pm 5\sqrt{21}}{2} \right\}$$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### Řešení 3. úlohy

$$\log(2x-1)-1 = 2\log 3 + \log(x-1) - 3\log 2 \quad | \quad 2\log 3 \text{ upravíme na } \log 3^2$$

$$| \quad 3\log 2 \text{ upravíme na } \log 2^3$$

$$\log(2x-1)-1 = \log 3^2 + \log(x-1) - \log 2^3$$

$$\log(2x-1)-1 = \log 9 + \log(x-1) - \log 8 \quad | \quad \text{Číslo 1 převedeme na logaritmus}$$

$$\log(2x-1) - \log 10^1 = \log 9 + \log(x-1) - \log 8$$

$$\log(2x-1) - \log 10 = \log 9 + \log(x-1) - \log 8$$

Postupně sečteme a odečteme logaritmy na obou stranách rovnice

$$\log \frac{2x-1}{10} = \log 9 \cdot (x-1) - \log 8$$

$$\log \frac{2x-1}{10} = \log \frac{9 \cdot (x-1)}{8} \quad | \quad \text{Rovnost logaritmů – odlogaritmuje}$$

$$\frac{2x-1}{10} = \frac{9 \cdot (x-1)}{8} \quad | \quad \cdot 40$$

$$4(2x-1) = 5 \cdot 9 \cdot (x-1)$$

$$8x - 4 = 45 \cdot (x-1)$$

$$8x - 4 = 45x - 45 \quad | \quad -8x + 45$$

$$41 = 37x \quad | \quad : 37$$

$$x = \underline{\underline{\frac{41}{37}}} \quad \text{Tj. množina kořenů:} \quad P = \left\{ \frac{41}{37} \right\}$$



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Řešení 4. úlohy

$$\log(x+3) + \log(x+8) + 0,5 \cdot \log \frac{1}{36} = 0 \quad | \text{Upravíme } 0,5 \cdot \log \frac{1}{36}$$

$$\log(x+3) + \log(x+8) + \log\left(\frac{1}{36}\right)^{0,5} = 0$$

$$\log(x+3) + \log(x+8) + \log\sqrt{\frac{1}{36}} = 0$$

$$\log(x+3) + \log(x+8) + \log \frac{1}{6} = 0 \quad | \text{Postupně sečteme na levé straně.}$$

$$\log(x+3)(x+8) + \log \frac{1}{6} = 0$$

$$\log \frac{(x+3)(x+8)}{6} = 0 \quad | \text{Číslo 0 převedeme na logaritmus.}$$

$$\log \frac{(x+3)(x+8)}{6} = \log 10^0$$

$$\log \frac{(x+3)(x+8)}{6} = \log 1 \quad | \text{Rovnost logaritmů – odlogaritmuje.}$$

$$\frac{(x+3)(x+8)}{6} = 1 \quad | \cdot 6$$

$$(x+3)(x+8) = 6$$

$$x^2 + 11x + 24 = 6 \quad | -6$$

$$x^2 + 11x + 18 = 0 \quad \text{Dospěli jsme ke kvadratické rovnici, kterou vyřešíme:}$$

$$D = b^2 - 4ac = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-11 \pm 7}{2} = \left\langle \begin{array}{l} -2 \\ -9 \end{array} \right.$$

Rovnici však po dosazení vyhovuje pouze kořen  $x_1 = \underline{\underline{-2}}$ . Tj.  $P = \{-2\}$