.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49

Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205

Šablona: III/2 Přírodovědné předměty
Sada: 3 Matematika **Číslo materiálu v sadě: 3**

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Název: Řešení lineárních rovnic

Jméno autora: Ondřej Holpuch

Předmět: matematika

Jazyk: český

Klíčová slova: rovnice, lineární rovnice, ekvivalentní úprava, kořen rovnice

Cílová skupina: žáci 1. ročníku SOŠ

Stupeň a typ vzdělání: 1. stupeň, SOŠ

Metodický list/anotace

Tento digitální učební materiál slouží jako průvodce řešením lineárních rovnic. S jeho pomocí učitel nejprve připomene pojem (lineární) rovnice a následně uvede a předvede ekvivalentní úpravy rovnic. Dále je řešeno několik lineárních rovnic. Na závěr žáci samostatně řeší lineární rovnice.

Datum vytvoření: 10.10. 2012

Řešení lineárních rovnic

Lineární rovnice v základním tvaru

► **Lineární rovnicí** rozumíme každou rovnici, kterou lze zapsat ve tvaru:

$$\boxed{a \cdot x + b = 0}$$

základní tvar
lineární rovnice

kde konstanty $a, b \in R$ jsou tzv. **koeficienty lineární** rovnice
a x je tzv. **neznámá**.

Například:

$4x - 12 = 0$ je lineární rovnice o neznámé x s koeficienty:

$a = 4 \quad b = -12$

$x + 17 = 0$ je lineární rovnice o neznámé x s koeficienty:

$a = 1 \quad b = 17$

$2 \cdot x - 3 = 3$ je lineární rovnice o neznámé x s koeficienty:

$a = 6 \quad b = 0$

Kořen lineární rovnice

- Kořenem lineární rovnice je takové reálné číslo, které po dosazení za neznámou x vyhovuje rovnici. Rovnice tím přejde v číselnou rovnost.

Například:

$$3x - 21 = 0$$

Kořenem této rovnice je číslo 7:

$$3 \cdot 7 - 21 = 0$$

$$21 - 21 = 0$$

číselná rovnost

Řešení lineární rovnice

- Řešit lineární rovnici znamená **vypočítat její kořen**.

- Během řešení postupně rovnici upravujeme - provádíme tzv. **ekvivalentní úpravy** s cílem osamostatnit neznámou x.

Ekvivalentní úpravy rovnice

- Ekvivalentní ~ „rovnocenný“
- **Ekvivalentní úprava** převádí rovnici do jiné formální podoby, avšak se stejným matematickým významem.

Vysvětlení - příklad:

$$
\begin{array}{rl}
 & x = 3 \\
\cdot 2 \rightarrow & 2 \cdot x = 6 \\
-4 \rightarrow & 2 \cdot x - 4 = 2 \\
:2 \rightarrow & \dfrac{2 \cdot x - 4}{2} = 1 \\
-1 \rightarrow & \dfrac{2 \cdot x - 4}{2} - 1 = 0 \\
 & \dfrac{2 \cdot x}{2} - \dfrac{4}{2} - 1 = 0 \\
 & x - 3 = 0 \\
+3 \rightarrow & x = 3
\end{array}
$$

ekvivalentní úpravy rovnice

odlišné, avšak rovnocenné podoby téže rovnice

Ekvivalentní úpravy rovnice 2

► **Ekvivalentní úpravou** rovnice je:

1. přičtení stejného čísla nebo výrazu k levé i pravé straně rovnice.

2. odečtení stejného čísla nebo výrazu od levé i pravé strany rovnice.

3. vynásobení levé i pravé strany rovnice stejným ***nenulovým*** číslem nebo výrazem.

4. vydělení levé i pravé strany rovnice stejným ***nenulovým*** číslem nebo výrazem.

5. záměna levé a pravé strany rovnice.

Ovládat tyto úpravy je nezbytné. Lineární rovnice se vyskytují ve složitějším než základním tvaru. Během řešení je nutné umět úpravami tvar zjednodušit.
Užití ekvivalentních úprav a také jejich zápis přiblíží následující řešená úloha.

Příklad 1

Vyřešme lineární rovnici:

$$3x+\frac{x-1}{2}=3$$

Postup řešení

$$3x+\frac{x-1}{2}=3$$

Nejprve se zbavíme zlomku vynásobením jmenovatelem 2:

$$3x+\frac{x-1}{2}=3 \qquad \Big|\cdot 2$$

$$6x+x-1=6$$

Upravíme levou stranu rovnice:

$$7x-1=6$$

Osamostatníme $7x$ přičtením čísla 1:

$$7x-1=6 \qquad \Big|+1$$

$$7x=7$$

Vydělíme číslem 7 a získáváme kořen rovnice:

$$7x=7 \qquad \Big|:7$$

$$\underline{\underline{x=1}} \qquad P=\{1\}$$

ekvivalentní úpravy rovnice

Příklad 2

Vyřešme lineární rovnici: $\frac{3x}{4}+\frac{3x-1}{2}=3(x-1)$

Postup řešení

Nejprve se zbavíme zlomků vynásobením rovnice číslem 4 (společný jmenovatel):

$$\frac{3x}{4}+\frac{3x-1}{2}=3(x-1) \qquad \boxed{|\cdot 4}$$

$$3x+2(3x-1)=12(x-1)$$

Nyní roznásobíme závorky na levé i pravé straně rovnice a následně upravíme:

$$3x+6x-2=12x-12$$

$$9x-2=12x-12$$

Na levou stranu přesuneme výrazy s neznámou x a na pravé straně ponecháme čísla:

$$9x-2=12x-12 \qquad |+2$$

$$9x=12x-10 \qquad |-12x$$

$$-3x=-10 \qquad |:(-3)$$

$$x=\frac{-10}{-3}=\underline{\underline{\frac{10}{3}}}$$

$$P=\left\{\frac{10}{3}\right\}$$

Příklad 3

Vyřešme lineární rovnici: $$\frac{6x+1}{2} = 3(x+1) - 5$$

Postup řešení

Nejprve roznásobíme závorku na pravé straně a upravíme:

$$\frac{6x+1}{2} = 3x + 3 - 5$$

$$\frac{6x+1}{2} = 3x - 2$$

Zbavíme se zlomku vynásobením rovnice číslem 2:

$$\frac{6x+1}{2} = 3x - 2 \qquad \Big| \cdot 2$$

$$6x + 1 = 6x - 4$$

Snažíme-li se nyní dostat výrazy s x nalevo, nezbývá než odečíst výraz $6x$:

$$6x + 1 = 6x - 4 \qquad \Big| -6x$$

$$1 = -4 \text{ !!}$$

Dospěli jsme k nepravdivé rovnosti, ke *kontradikci*. To nám říká, že rovnice nemá žádný kořen, nemá řešení.

$$P = \emptyset$$

Příklad 4

Vyřešme lineární rovnici:

$$\frac{5-x}{3}+\frac{4x-7}{6}-1=\frac{x-3}{3}+\frac{1}{2}$$

Postup řešení

Nejprve k rovnici přičteme číslo 1:

$$\frac{5-x}{3}+\frac{4x-7}{6}-1=\frac{x-3}{3}+\frac{1}{2} \qquad \boxed{\left|+1\right.}$$

$$\frac{5-x}{3}+\frac{4x-7}{6}=\frac{x-3}{3}+\frac{3}{2}$$

Nejprve se zbavíme zlomků vynásobením rovnice číslem 6 (společný jmenovatel):

$$\frac{5-x}{3}+\frac{4x-7}{6}=\frac{x-3}{3}+\frac{3}{2} \qquad \boxed{\left|\cdot 6\right.}$$

$$2(5-x)+4x-7=2(x-3)+9$$

Roznásobíme závorky a upravíme:

$$10-2x+4x-7=2x-6+9$$

$$3+2x=2x+3$$

Nyní musíme od rovnice odečíst výraz $2x$:

$$3+2x=2x+3 \qquad \Big| -2x$$

$$3=3 \quad !!$$

Získali jsme triviální číselnou rovnost, která je pravdivá bez ohledu na hodnotu neznámé x. To nám prozrazuje, že rovnice má nekonečně mnoho řešení. Přesněji řečeno, řešením je každé reálné číslo, tj.:

$$P=R.$$

Úlohy k samostatnému řešení

$$\frac{3x}{5}-\frac{3x+1}{10}=2\cdot(4-3x)+\frac{22x+7}{5} \qquad [5]$$

$$6\cdot\left(\frac{x}{3}-7\right)+11=2x-5\cdot(2-x)+1 \qquad \left[-\frac{22}{5}\right]$$

$$\frac{4x-1}{4}-\frac{2-2x}{3}=2\cdot(3x-1)+\frac{x}{6}-\frac{203}{12} \qquad [4]$$

$$\frac{5x}{2}+\frac{5\cdot(x+1)}{4}+\frac{11+5\cdot(x+2)}{8}=4x+4 \qquad \left[\frac{1}{3}\right]$$

Odkazy: