.

evropský sociální fond v ČR

EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49

Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205

Šablona: III/2 Přírodovědné předměty
Sada: 3 Matematika **Číslo materiálu v sadě: 5**

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Název: Lineární rovnice s absolutní hodnotou

Jméno autora: Ondřej Holpuch

Předmět: matematika

Jazyk: český

Klíčová slova: rovnice, diskuse, absolutní hodnota

Cílová skupina: žáci 1. ročníku SOŠ

Stupeň a typ vzdělání: 1. stupeň, SOŠ

Metodický list/anotace

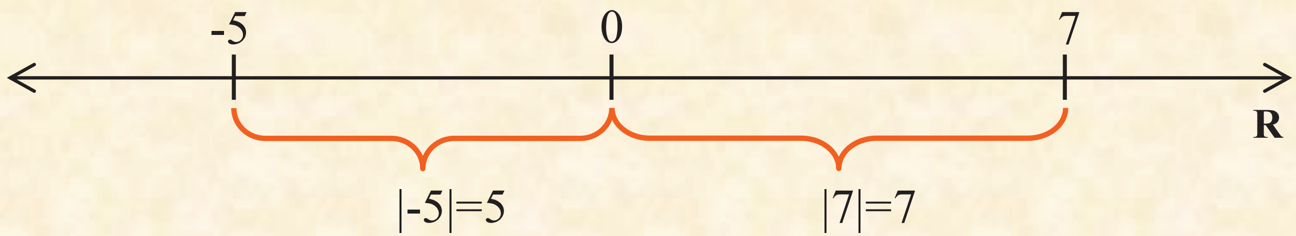
Tento digitální učební materiál slouží jako průvodce řešením lineárních rovnic s jednou absolutní hodnotou. S jeho pomocí učitel provede žáky metodou řešení rovnic za předpokladů kladených na výraz v jedné absolutní hodnotě. Následně spolu s žáky vyřeší příklady úloh. Na závěr žáci již samostatně řeší vybrané rovnice.

Datum vytvoření: 1.11. 2012

Lineárních rovnice
s absolutní hodnotou

Připomenutí - absolutní hodnota reálného čísla

- **Absolutní hodnota reálného čísla** $|x|$ je definována jako jeho vzdálenost od nuly na číselné ose:



Nahrazení absolutní hodnoty korekcí znaménka

- Platí následující vztah:

$$|x| = \begin{cases} x & pro\ x \geq 0 \\ -x & pro\ x < 0 \end{cases}$$

Absolutní hodnotu ze záporného čísla získáme tak, že změníme znaménko čísla. Nezáporné číslo se nemění.

Příklad 1

$$|-5| = -(-5) = 5 \qquad |0| = 0$$

Příklad 2

Nahraďme absolutné hodnotu výrazu korekcí znaménka: $|2x-3|$

Řešení

Protože x je proměnná, neznáme znaménko výrazu $2x$-3.
Nahradit absolutní hodnotu můžeme jen za určitých předpokladů.

a) Předpokládejme, že: $2x-3 \geq 0$

Neboli: $2x \geq 3$

$\underline{x \geq 1{,}5}$

Za tohoto předpokladu můžeme psát:

$$|2x-3| = \underline{2x-3}$$

b) Předpokládejme, že: $2x-3 < 0$

Neboli: $2x < 3$

$\underline{x < 1{,}5}$

Za tohoto předpokladu můžeme psát:

$$|2x-3| = -(2x-3) = -2x+3 = \underline{3-2x}$$

Řešení lineárních rovnic s absolutní hodnotou

Při řešení lineárních rovnic s absolutní hodnotou postupujeme tak, že za určitých předpokladů **nahrazujeme absolutní hodnotu korekcí znaménka**. Úloha přejde v obyčejnou lineární rovnici.

Příklad 3

Vyřešme následující rovnici: $2x+|x|=9$

Řešení

a) Předpokládejme, že: $\underline{x \geq 0}$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$2x+x=9$$

Snadno ji vyřešíme a ověříme, zda její kořen vyhovuje předpokladu.

$$3x=9$$

$x=3$ … vyhovuje předpokladu: $3 \geq 0$ ✓

$$\underline{\underline{x=3}}$$

b) Předpokládejme, že: $x < 0$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$2x - x = 9$$

Snadno ji vyřešíme a ověříme, zda její kořen vyhovuje předpokladu.

$$2x - x = 9$$

$x = 9$ … nevyhovuje předpokladu: $9 > 0$ **!!**

Závěr: Množina kořenů naší rovnice je následující: $\underline{\underline{P = \{3\}}}$

Příklad 4

Vyřešme následující rovnici: $2|x + 5| - 4x = 5$

Řešení

a) Předpokládejme, že: $x+5\geq 0$ tj. $\underline{x\geq -5}$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$2(x+5)-4x=5$$

Vyřešíme ji a ověříme, zda její kořen vyhovuje předpokladu.

$$2x+10-4x=5$$
$$-2x=-5$$

$\underline{x=2{,}5}$ … vyhovuje předpokladu: $2{,}5\geq -5$ ✓ $\underline{\underline{x=2{,}5}}$

b) Předpokládejme, že: $x+5<0$ tj. $\underline{x<-5}$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$-2(x+5)-4x=5$$

Vyřešíme ji a ověříme, zda její kořen vyhovuje předpokladu.

$$-2x-10-4x=5$$
$$-6x=15$$

$\underline{x=-2{,}5}$ … nevyhovuje předpokladu: $-2{,}5>-5$!!

Závěr: Množina kořenů naší rovnice je následující: $\underline{\underline{P=\{2{,}5\}}}$

Příklad 4

Vyřešme následující rovnici: $4x - |4x+3| = -2$

Řešení

a) Předpokládejme, že: $4x + 3 \geq 0$ tj. $\underline{x \geq -0{,}75}$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$4x - (4x+3) = -2$$

Vyřešíme ji a ověříme, zda její kořen vyhovuje předpokladu.

$$4x - 4x - 3 = -2$$

$-3 = -2$!! … rovnice nemá žádný kořen vyhovující předpokladu.

b) Předpokládejme, že: $4x + 3 < 0$ tj. $\underline{x < -0{,}75}$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$4x + 4x + 3 = -2$$

Vyřešíme ji a ověříme, zda její kořen vyhovuje předpokladu.

$$8x = -5$$

$\underline{x = -0{,}625}$ … nevyhovuje předpokladu: $-0{,}625 > -0{,}75$!!

Závěr: Množina kořenů naší rovnice je prázdná. $\underline{\underline{P = \emptyset}}$

Úlohy k samostatnému řešení

$$|3x-1|-2x=10 \qquad \left[P=\left\{-\frac{9}{5};11\right\}\right]$$

$$3|2x+5|=4x-3 \qquad [P=\emptyset]$$

$$\left|3x-\frac{3}{5}\right|-\left(3x-\frac{3}{5}\right)=0 \qquad [P=\langle 0{,}2;+\infty)]$$

$$\frac{-3\,|\,x-20\,|}{7}=x-2 \qquad [P=\{-11{,}5\}]$$

Odkazy: