



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

**Šablona: III/2 Přírodovědné předměty
Sada: 3 Matematika**

Číslo materiálu v sadě: 6

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Název: Lineární nerovnice s absolutní hodnotou

Jméno autora: Ondřej Holpuch

Předmět: matematika

Jazyk: český

Klíčová slova: nerovnice, diskuse, absolutní hodnota

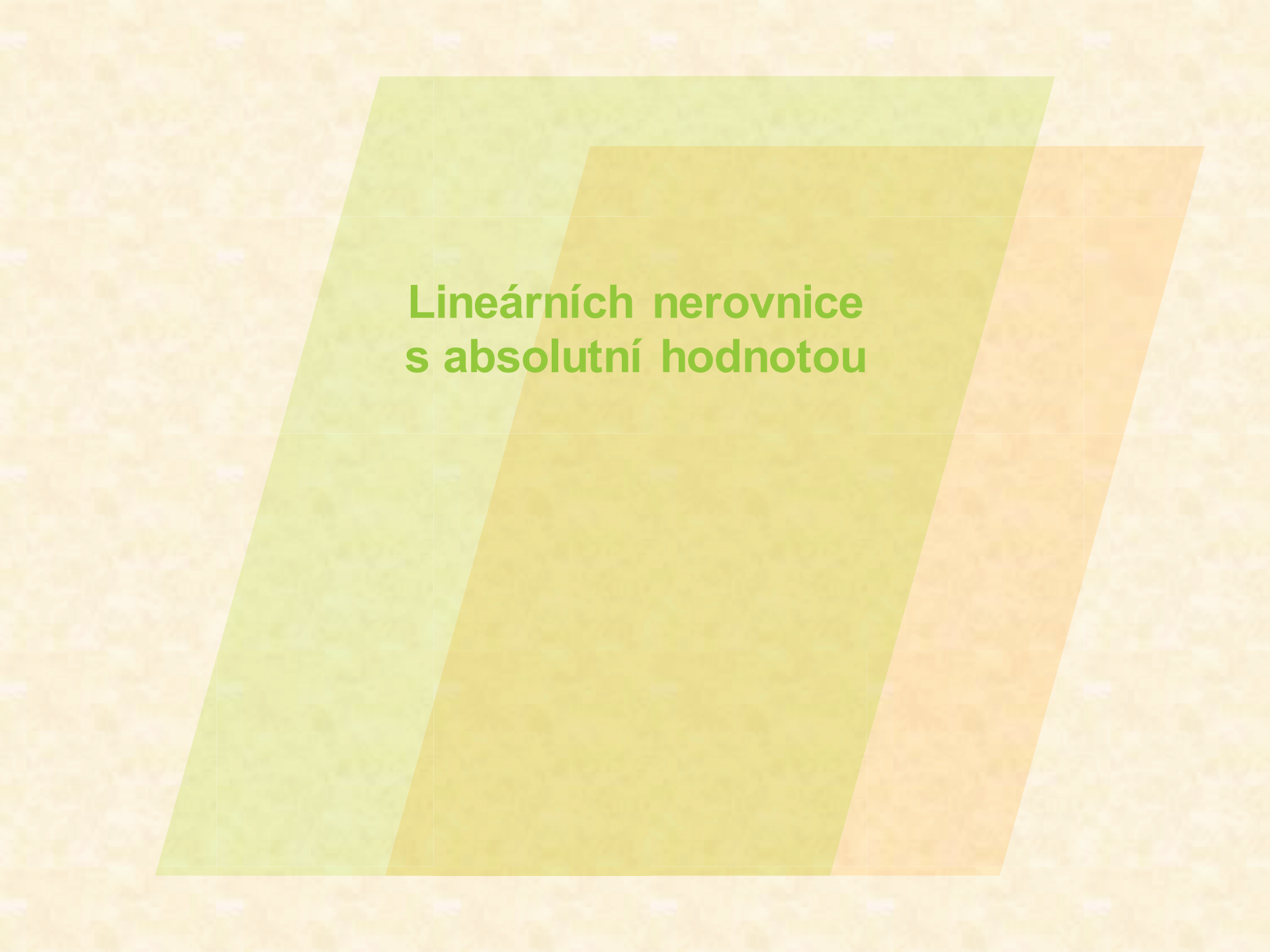
Cílová skupina: žáci 1. ročníku SOŠ

Stupeň a typ vzdělání: 1. stupeň, SOŠ

Metodický list/anotace

Tento digitální učební materiál slouží jako průvodce řešením lineárních nerovnic s jednou absolutní hodnotou. S jeho pomocí učitel provede žáky metodou řešení nerovnic za předpokladů kladených na výraz v jedné absolutní hodnotě. Následně spolu s žáky vyřeší příklady úloh. Na závěr žáci již samostatně řeší vybrané nerovnice.

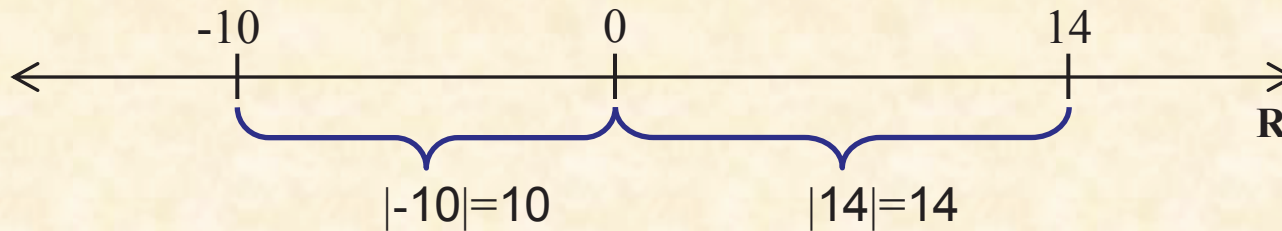
Datum vytvoření: 14.11. 2012



**Lineárních nerovnice
s absolutní hodnotou**

Připomenutí - absolutní hodnota reálného čísla

- **Absolutní hodnota reálného čísla** $|x|$ je definována jako jeho vzdálenost od nuly na číselné ose:



Nahrazení absolutní hodnoty korekcí znaménka

- Platí následující vztah:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{pro } x \geq 0 \\ -x & \text{pro } x < 0 \end{cases}$$

Absolutní hodnotu ze záporného čísla získáme tak, že změníme znaménko čísla. Nezáporné číslo se nemění.

Příklad 1

$$|-10| = -(-10) = 10 \quad |0| = 0$$

Příklad 2

Nahradíme absolutné hodnotu výrazu korekcí znaménka: $|2x - 5|$

Řešení

Protože x je proměnná, neznáme znaménko výrazu $2x - 5$.

Nahradit absolutní hodnotu můžeme jen tehdy, formulujeme-li předpoklad:

a) Předpokládejme, že: $2x - 5 \geq 0$

Neboli: $2x \geq 5$

$$\underline{x \geq 2,5}$$

Za tohoto předpokladu můžeme psát:

$$|2x - 5| = \underline{2x - 5}$$

b) Předpokládejme, že: $2x - 5 < 0$


Neboli: $2x < 5$

$$\underline{x < 2,5}$$

Za tohoto předpokladu můžeme psát:

$$|2x - 5| = -(2x - 5) = -2x + 5 = \underline{5 - 2x}$$

Řešení lineárních nerovnic s absolutní hodnotou

 Při řešení lineárních nerovnic s absolutní hodnotou postupujeme podobně jako při řešení rovnic. Za příslušných předpokladů nahrazujeme absolutní hodnotu korekcí znaménka. Úloha přejde v lineární nerovnici bez absolutní hodnoty.

Příklad 3

Vyřešme v oboru \mathbf{R} následující nerovnici: $2x + |x| \geq 9$

Řešení

a) Předpokládejme, že: $x \geq 0$

Za tohoto předpokladu můžeme nerovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$2x + x \geq 9$$

Snadno ji vyřešíme. Řešení ovšem musí vyhovovat předpokladu.

$$3x \geq 9$$

$$x \geq 3$$

Řešením jsou všechna reálná čísla splňující: $x \geq 3 \wedge x \geq 0$ ←

$$\text{Tj.: } \underline{x \in \langle 3; +\infty \rangle}$$

b) Předpokládejme, že: $x < 0$

Za tohoto předpokladu můžeme nerovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$2x - x \geq 9$$

Snadno ji vyřešíme. Řešení musí opět vyhovovat předpokladu.

$$2x - x \geq 9$$

$$x \geq 9$$

Řešením jsou všechna reálná čísla splňující: $x \geq 9 \wedge x < 0$

Žádné takové číslo však neexistuje. Tj: $x \in \emptyset$!!

Závěr: Naší nerovnici vyhovuje každé číslo následující množiny:

$$P = \langle 3; +\infty \rangle \cup \emptyset = \underline{\underline{\langle 3; +\infty \rangle}}$$

Příklad 4

Vyřešme v oboru \mathbf{R} následující nerovnici: $2|x + 5| - 4x < 5$

Řešení (následující list)

a) Předpokládejme, že: $x + 5 \geq 0$ tj. $x \geq -5$

Za tohoto předpokladu můžeme nerovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$2(x + 5) - 4x < 5$$

Vyřešíme ji. Řešení přitom musí vyhovovat předpokladu.

$$2x + 10 - 4x < 5$$

$$-2x < -5$$

$$\underline{x > 2,5}$$

Řešením jsou všechna reálná čísla splňující: $x \geq -5 \wedge x > 2,5$ ←

$$\text{Tj.: } \underline{x \in (2,5; +\infty)}$$

b) Předpokládejme, že: $x + 5 < 0$ tj. $x < -5$

Za tohoto předpokladu můžeme rovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$-2(x + 5) - 4x < 5$$

Vyřešíme ji. Řešení musí opět vyhovovat předpokladu.

$$-2x - 10 - 4x < 5$$

$$-6x < 15$$

$$\underline{x > -2,5}$$

Řešením jsou všechna reálná čísla splňující: $x > -2,5 \wedge x < -5$ ←

Žádné takové číslo však neexistuje. Tj: $\underline{x \in \emptyset}$!!

Závěr: Naší nerovnici vyhovuje každé číslo následující množiny:

$$P = (2,5; +\infty) \cup \emptyset = \underline{\underline{(2,5; +\infty)}}$$

Příklad 4

Vyřešme v oboru **R** následující nerovnici:

$$4x - |4x + 3| > -2$$

Řešení

a) Předpokládejme, že: $4x + 3 \geq 0$ tj. $x \geq -0,75$

Za tohoto předpokladu můžeme nerovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$4x - (4x + 3) > -2$$

Vyřešíme ji. Pamatujme, že případné řešení musí vyhovovat předpokladu.

$$4x - 4x - 3 > -2$$

$$-3 > -2 \quad \color{orange}{!!} \quad \dots \text{žádné číslo nevyhovuje nerovnici}$$

b) Předpokládejme, že: $4x + 3 < 0$ tj. $x < -0,75$

Za tohoto předpokladu můžeme nerovnici zapsat bez absolutní hodnoty takto:

$$4x + 4x + 3 > -2$$

Vyřešíme ji. Nezapomínáme na předpoklad.

$$8x > -5$$

$$\underline{x > -0,625}$$

!!

Řešením jsou všechna reálná čísla splňující: $x > -0,625 \wedge x < -0,75$ ←

Žádné takové číslo však neexistuje. Tj: $x \in \emptyset$ a tedy: $\underline{\underline{P = \emptyset}}$

Úlohy k samostatnému řešení

$$|5x - 1| - x < 11$$

$$\left[P = \left(-\frac{11}{6}; 3 \right) \right]$$

$$3|3x + 4| > 4x - 3$$

$$[P = R]$$

$$\left| 4x - \frac{2}{5} \right| - \left(4x - \frac{2}{5} \right) \geq 0$$

$$[P = R]$$

$$\frac{-4|x - 20|}{5} \leq 2x - 2$$

$$\left[P = \left\langle -\frac{35}{3}; +\infty \right\rangle \right]$$

Odkazy: