



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

Šablona: III/2 Přírodovědné předměty

Sada: 3 Matematika

Číslo materiálu v sadě: 13

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Název: Lichoběžník

Jméno autora: Mgr. Jana Masaryková

Předmět: Matematika

Jazyk: Čeština

Klíčová slova: lichoběžník, Heronův vzorec, střední příčka, výška, obsah

Cílová skupina: žák

Stupeň a typ vzdělání: odborné vzdělání

Očekávaný výstup: používá geometrické pojmy, vypočítá obsah a obvod lichoběžníku

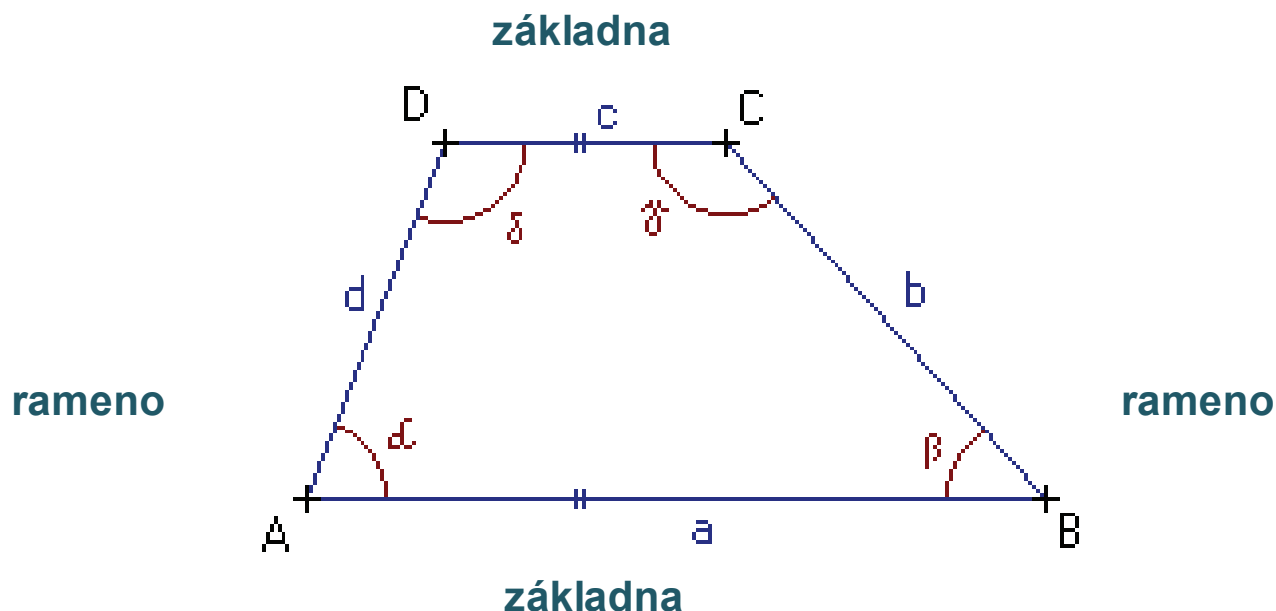
Metodický list/anotace

Vytvořeno: 24.10. 2012

Prezentace je zaměřena na rozdělení lichoběžníků a výpočet jejich obsahu, je vhodná k přímé výuce i samostudiu.

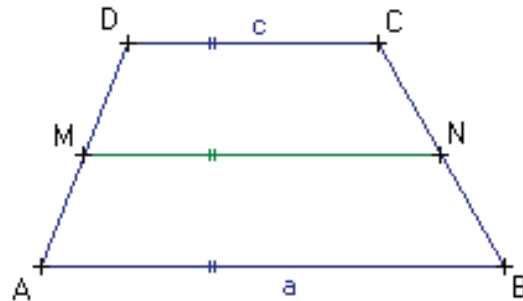
LICHOBĚŽNÍK

Lichoběžník je konvexní čtyřúhelník, jehož dvě protější strany jsou rovnoběžné a zbývající strany jsou různoběžné.
 Rovnoběžné strany se nazývají **základny** a různoběžné strany se nazývají **ramena**

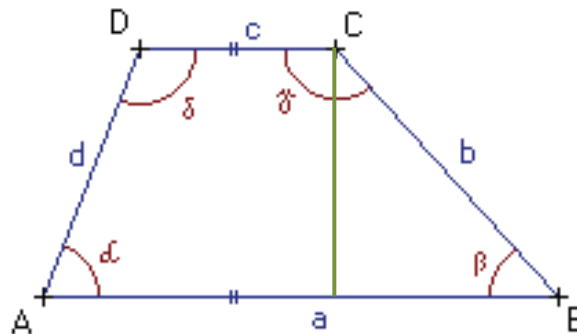


Obvod: $o = a + b + c + d$ Obsah: $S = \frac{a + c}{2} \cdot v_a$ $S = s \cdot v_a$ kde $s = \frac{a + c}{2}$

Úsečka, která spojuje středy protějších ramen se nazývá střední příčka lichoběžníku



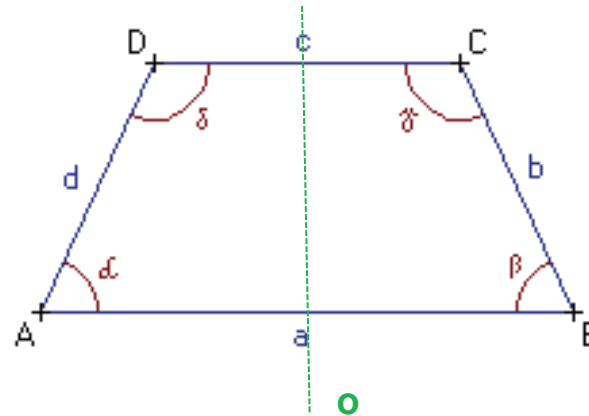
Vzdálenost základen se nazývá výška lichoběžníku



Zvláštní druhy lichoběžníků

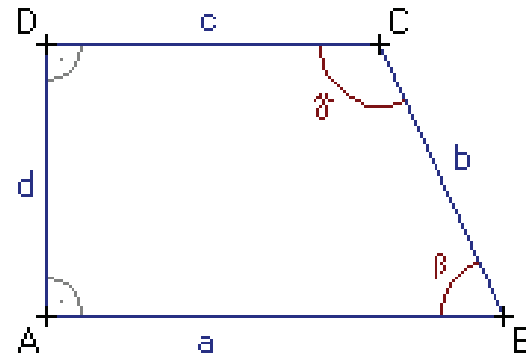
a) Rovnoramenný lichoběžník

- jeho ramena jsou shodná a je souměrný dle osy o , která spojuje středy obou základem



b) Pravoúhlý lichoběžník

- jeho jedno rameno je kolmé k základně



Věty o vlastnostech lichoběžníků

V každém lichoběžníku platí následující tvrzení:

- 1) základny lichoběžníku nejsou shodné
- 2) ramena lichoběžníku mohou být shodná (rovnoramenný lichoběžník)
- 3) vnitřní úhly při každém rameni jsou výplňkové:
 $\alpha + \delta = 180^\circ$ $\beta + \gamma = 180^\circ$
- 4) střední příčka leží na rovnoběžce se základnami a její velikost je rovna aritmetickému průměru velikosti základen

$$s = \frac{a + c}{2}$$

Tečnový a tětívový lichoběžník

1) Tětívový lichoběžník

- lze mu sestrojít opsanou kružnici a strany lichoběžníku tvoří tětivy opsané kružnice

Platí **věta:** Lichoběžník je tětívový, právě když je rovnoramenný.

2) Tečnový lichoběžník

- lze mu sestrojít vepsanou kružnici a strany čtyřúhelníku tvoří tečny vepsané kružnice

Platí **věta:** Lichoběžník je tečnový, právě když součet délek jeho základen je roven součtu délek jeho ramen

Příklady

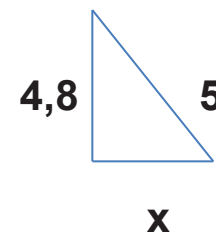
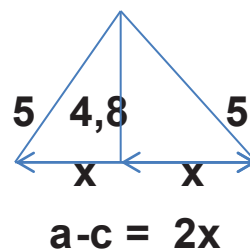
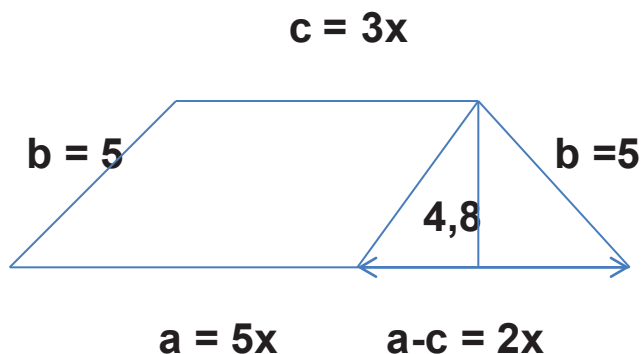
- 1) Délky základů rovnoramenného lichoběžníku jsou v poměru **5:3**, ramena mají délku **5 cm** a výška je **4,8 cm**. Vypočítejte obvod a obsah lichoběžníku.

Jak budeme postupovat ?

Řešení:

$$a:c = 5:3 \rightarrow a = 5x, c = 3x$$

$$b = d = 5 \text{ cm}, v = 4,8 \text{ cm}$$



Z Pythagorovy věty vypočítáme neznámou x :

$$x = \sqrt{5^2 - 4,8^2} = \sqrt{1,96} = 1,4 \text{ cm} \rightarrow \text{dosadíme a vypočítáme } a, c$$

$$a = 5 \cdot 1,4 = 7 \text{ cm}, c = 3 \cdot 1,4 = 4,2 \text{ cm}$$

$$o = a + b + c + d = 7 + 5 + 4,2 + 5 = 21,2 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a + c}{2} \cdot v_a = \frac{7 + 4,2}{2} \cdot 4,8 = 26,88 \text{ cm}^2$$

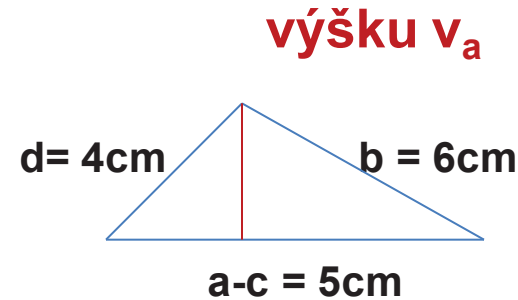
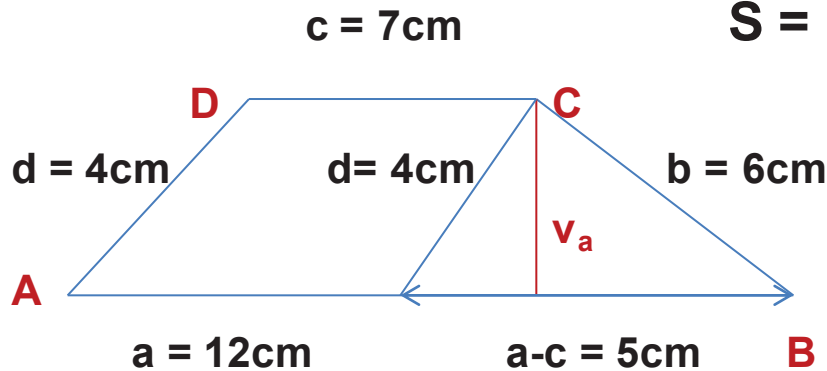
Obvod lichoběžníku je 21,2 cm a obsah je 26,88 cm².

2) Vypočítejte obsah lichoběžníku, je-li dáno $a = 12 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$,
 $c = 7 \text{ cm}$ a $d = 4 \text{ cm}$.

Jak budeme postupovat ?

Řešení:

$$S = \frac{a + c}{2} \cdot v_a \rightarrow \text{potřebujeme vypočítat}$$



Budeme vycházet z naznačeného Δ a pomocí **Heronova** vzorce vypočítáme jeho obsah.

$$S_{\Delta} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ kde } s = \frac{a+b+c}{2} \quad s = \frac{5+6+4}{2} = 7,5\text{cm}$$

$$\text{dosadíme: } S_{\Delta} = \sqrt{7,5(7,5-5)(7,5-6)(7,5-4)} = \sqrt{98,4375} \cong 10\text{cm}^2$$

$$\text{dále obsah } \Delta \text{ je } S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot v_a \rightarrow v_a = \frac{2S}{a} \text{ dosadíme: } v_a = \frac{2 \cdot 10}{5} = 4\text{cm}$$

$$\text{Obsah lichoběžníku je pak } S = \frac{a+c}{2} \cdot v_a \rightarrow S = \frac{12+7}{2} \cdot 4 = \underline{\underline{38\text{cm}^2}}$$

Příklady k procvičení

- 1) Délky základů lichoběžníku jsou v poměru 2:3 a délka střední příčky je 5 cm. Určete délky základů.
- 2) Délky základů rovnoramenného lichoběžníku jsou v poměru 3:1, ramena mají délku 5 cm a výška je 4 cm. Vypočítejte obvod a obsah lichoběžníku.
- 3) Vypočítejte obsah lichoběžníku, jeli dáno:
 - a) $a = 10,5$ cm, $b = 5,2$ cm, $c = 6,5$ cm, $d = 7,4$ cm
 - b) $a = 32,5$ cm, $b = 14,5$ cm, $c = 20$ cm, $d = 18$ cm
 - c) $a = 108$ cm, $b = 45$ cm, $c = 87$ cm, $d = 54$ cm

Řešení:

- 1) Délky základů jsou 4 cm a 6 cm.
- 2) Obvod lichoběžníku je 22 cm a obsah je 24 cm².
- 3) Obsah lichoběžníku je
 - a) $\cong 42,5 \text{ cm}^2$
 - b) 378 cm^2
 - c) $\cong 4260,75 \text{ cm}^2$

Odkazy:

- POLÁK, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 8. vyd. Praha : Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-267-8. s. 608.
- BĚLOUN, František a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-104-3.
- Kurka, Š., *Konstrukční úlohy*. [online]. [cit. 2012-10-16]. Dostupné z WWW:<http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/stepan_kurka_dp/lichobeznik.php>. Diplomová práce. UK Praha.