



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

Šablona: III/2 Přírodovědné předměty

Sada: 3 Matematika

Číslo materiálu v sadě: 17

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Název: Vzájemná poloha přímky a roviny

Jméno autora: Mgr. Jana Masaryková

Předmět: Matematika

Jazyk: Čeština

Klíčová slova: rovina, přímka, směrový a normálový vektor, průsečík

Cílová skupina: žák

Stupeň a typ vzdělání: odborné

Očekávaný výstup: Umí určit vzájemnou polohu přímky a roviny, vypočítá průsečík přímky a roviny

Metodický list/anotace

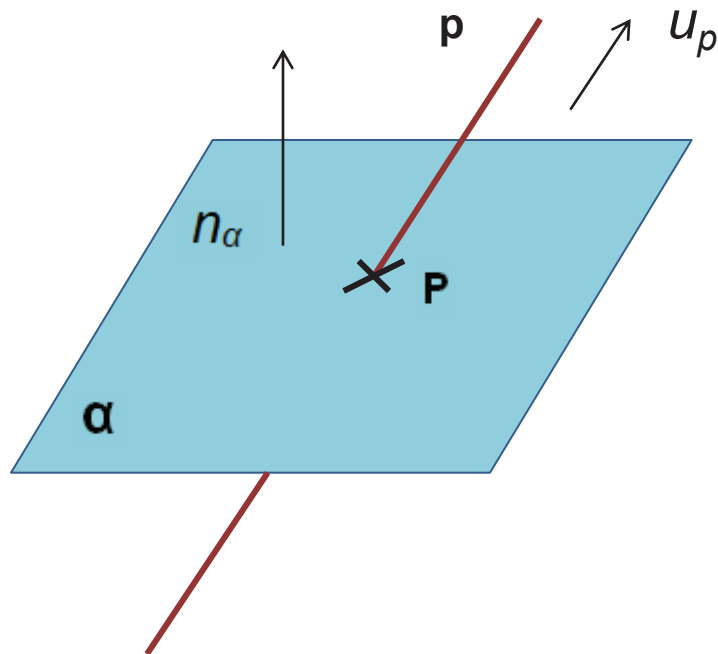
Vytvořeno 3.12. 2012

Prezentace je zaměřena na vzájemnou polohu přímky a roviny, výpočet společného bodu, je vhodná k přímé výuce i samostudiu.

Vzájemná poloha přímky a roviny

Jaká může být vzájemná poloha přímky a roviny?

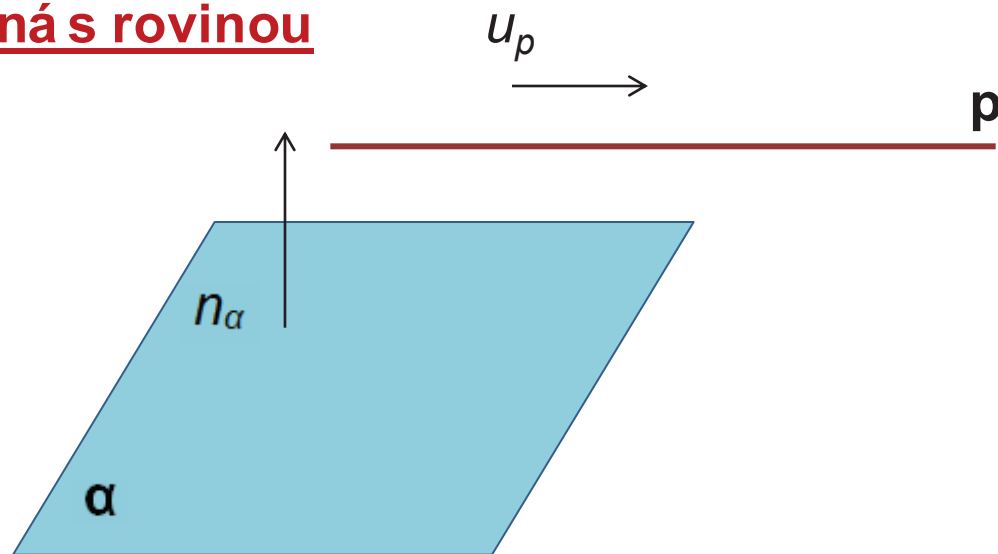
1. Přímka je různoběžná s rovinou



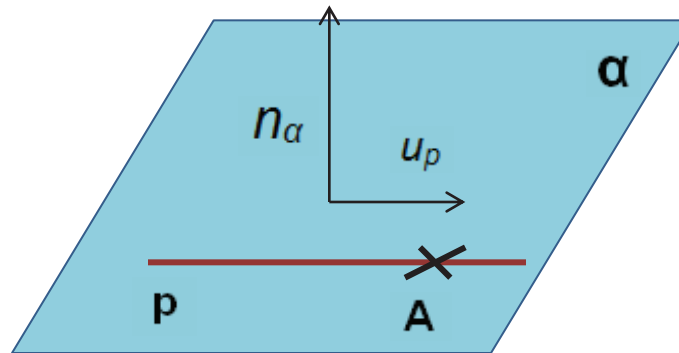
Přímka je různoběžná s rovinou, jestliže směrový vektor u_p a normálový vektor n_α nejsou kolmé $\longrightarrow u_p \cdot n_\alpha \neq 0$

Společný bod P přímky a roviny nazýváme průsečík

2. Přímka je rovnoběžná s rovinou



Přímka je rovnoběžná s rovinou, jestliže směrový vektor u_p
a normálový vektor n_α jsou kolmé $\longrightarrow u_p \cdot n_\alpha = 0$



Jestliže libovolný bod přímky leží v rovině, potom
přímka leží v rovině

Shrnutí

Vzájemná poloha přímky a roviny



Příklady

1. Určete vzájemnou polohu roviny $3x + 5y - z - 2 = 0$ a přímky

$$x = t$$

$$y = 1 - t$$

$$z = 3 - 2t$$

Jak budeme postupovat?

Řešení: Určíme normálový vektor roviny $3x + 5y - z - 2 = 0$
a směrový vektor přímky $x = t, y = 1 - t, z = 3 - 2t$

$$n = (3, 5, -1) \quad a \quad u = (1, -1, -2)$$

určíme jejich součin: $3 \cdot 1 + 5 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-2) = 3 - 5 + 2 = 0$

$$\text{tedy } n \cdot u = 0$$

přímka je rovnoběžná s rovinou

nyní určíme, zda přímka leží nebo neleží v rovině, tj. zda libovolný bod přímky leží v dané rovině

zvolíme bod A z parametrického vyjádření přímky $\rightarrow A = [0, 1, 3]$

a dosadíme do rovnice roviny: $3 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 - 2 = 0 \rightarrow 0 = 0$

souřadnice bodu A vyhovují rovnici roviny

Závěr:

přímka leží v rovině

2. Určete vzájemnou polohu roviny $3x + 5y - z - 2 = 0$ a přímky

$$x = 4t$$

$$y = -3t$$

$$z = 1 - 3t$$

Jak budeme postupovat?

Řešení: Určíme normálový vektor roviny $3x + 5y - z - 2 = 0$
a směrový vektor přímky $x = 4t, y = -3t, z = 1 - 3t$

$$n = (3, 5, -1) \quad a \quad u = (4, -3, -3)$$

určíme jejich součin: $3 \cdot 4 + 5 \cdot (-3) + (-1) \cdot (-3) = 12 - 15 + 3 = 0$

$$\text{tedy } n \cdot u = 0$$

přímka je rovnoběžná s rovinou

nyní určíme, zda přímka leží nebo neleží v rovině, tj. zda libovolný bod přímky leží v dané rovině

zvolíme bod A z parametrického vyjádření přímky $\rightarrow A = [0, 0, 1]$

a dosadíme do rovnice roviny: $3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 - 2 = 0 \rightarrow -3 = 0$

souřadnice bodu A nevyhovují rovnici roviny a tedy

přímka neleží v rovině

Závěr:

přímka je rovnoběžná s rovinou

3. Určete vzájemnou polohu roviny $3x + 5y - z - 2 = 0$ a přímky

$$x = 2 + 3t$$

$$y = 1$$

$$z = 5 + 5t$$

Jak budeme postupovat?

Řešení: Určíme normálový vektor roviny $3x + 5y - z - 2 = 0$
a směrový vektor přímky $x = 2 + 3t, y = 1, z = 5 + 5t$

$$n = (3, 5, -1) \quad \text{a} \quad u = (3, 0, 5)$$

určíme jejich součin: $3 \cdot 3 + 5 \cdot 0 + (-1) \cdot 5 = 9 + 0 - 5 = 4$
tedy $n \cdot u \neq 0$

přímka je různoběžná s rovinou

Nyní určíme průsečík P \rightarrow dosadíme za x, y, z výrazy z
parametrického vyjádření přímky do obecné rovnice roviny:

$$3 \cdot (2 + 3t) + 5 \cdot 1 - (5 + 5t) - 2 = 0 \rightarrow 6 + 9t + 5 - 5 - 5t - 2 = 0$$

$$4 + 4t = 0 \rightarrow t = -1 \text{ dosadíme zpět do rovnice přímky tj.}$$

$$x = 2 + 3 \cdot (-1) = 2 - 3 = -1 \quad y = 1 \quad z = 5 + 5 \cdot (-1) = 0 \quad P = [-1, 1, 0]$$

Závěr: přímka je různoběžná s rovinou, průsečík $P = [-1, 1, 0]$

Odkazy:

- JIRÁSEK, František a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU, 2. část. Dotisk 3. vydání.* Praha : Prométheus, 1989. ISBN 80-7196-012-8 (*D)