



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

**Šablona: III/2 Přírodovědné předměty
Sada: 3 Matematika**

Číslo materiálu v sadě: 2

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Název: Řešení jednoduchých logaritmických rovnic

Jméno autora: Ondřej Holpuch

Předmět: matematika

Jazyk: český

Klíčová slova: logaritmus, logaritmická rovnice

Cílová skupina: žáci 2. ročníku SOŠ

Stupeň a typ vzdělání: 2. stupeň, SOŠ

Metodický list/anotace

Tento digitální učební materiál slouží jako průvodce řešením jednoduchých logaritmických rovnic. S jeho pomocí učitel nejprve vysvětlí pojem logaritmická rovnice a následně připomene pravidla logaritmování. Dále je řešeno několik logaritmických rovnic. Na tento materiál navazují pracovní listy se zadáním a také kontrolním řešením vybraných úloh tématu.

Datum vytvoření: 26.9. 2012

Řešení jednoduchých logaritmických rovnic

Logaritmická rovnice a její řešení


- ▶ Logaritmickou rovnicí budeme rozumět takovou rovnici, v níž se neznámá vyskytuje v argumentu logaritmů. Například:

$$\log 10x = 2 \cdot \log 5 + \log 2$$

- ▶ Vyřešit logaritmickou rovnici znamená určit hodnotu neznámé, pro kterou rovnice přejde v rovnost. Hledáme tzv. **kořen** rovnice.
- ▶ K řešení logaritmických rovnic používáme:
 - ekvivalentní úpravy rovnic
 - pravidla **logaritmování**
- ▶ Dospěje-li úprava rovnice k rovnosti logaritmů, např.:

$$\log 10x = \log 50$$

pak smíme levou i pravou stranu **odlogaritmovat**:


$$\log 10x = \log 50$$
$$10x = 50$$

Připomenutí pravidel logaritmování

▶ Logaritmus součinu: $\log_a x y = \log_a x + \log_a y$

▶ Logaritmus podílu: $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

▶ Logaritmus mocniny: $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$

Další užitečné připomenutí

- ▶ **Umíte libovolné číslo K zapsat jako logaritmus o zvoleném základu?**

Takto: $K = \log_a ?$

 $K = \log_a a^K$

Například:

$$3 = \log_2 2^3 = \log_2 8 \quad -1 = \log_2 2^{-1} = \log_2 \frac{1}{2}$$

apod.

Příklad 1

Řešte rovnici: $\log 10x = 2 \cdot \log 5 + \log 2$

Postup

Nejprve postupně upravíme pravou stranu pomocí pravidel logaritmování:

$$\log 10x = \log 5^2 + \log 2$$

$$\log 10x = \log 25 \cdot 2$$

$$\log 10x = \log 50$$

Snadno jsme tak získali rovnost logaritmů. Odlogaritmuje:

$$10x = 50$$

a získáváme řešení – kořen rovnice:

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

Množina kořenů naší rovnice je: $P = \{5\}$

Příklad 2

Řešte rovnici: $\log_2(x+10) - \log_2 x = 4$

Postup

Nejprve upravíme levou stranu na tvar:

$$\log_2\left(\frac{x+10}{x}\right) = 4$$

Nyní vyjádříme 4 na pravé straně jako logaritmus o základu 2:

$$\log_2\left(\frac{x+10}{x}\right) = \log_2 2^4$$

$$\log_2\left(\frac{x+10}{x}\right) = \log_2 16$$

Odlogaritmujeme. Úloha přechází v lineární rovnici. Snadno ji vyřešíme:

$$\frac{x+10}{x} = 16$$

$$x+10 = 16x$$

$$10 = 15x \quad x = \frac{10}{15} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \quad P = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

Příklad 3

Řešte rovnici: $\log x^6 - 3 \log x = 3 - \log 27$

Postup

Postupně upravujeme levou stranu:

$$\log x^6 - \log x^3 = 3 - \log 27$$

$$\log \frac{x^6}{x^3} = 3 - \log 27$$

$$\log x^3 = 3 - \log 27$$

$$\log_2 \left(\frac{x+10}{x} \right) = 4$$

Nyní vyjádříme 3 na pravé straně jako dekadický logaritmus a upravíme:

$$\log x^3 = \log 10^3 - \log 27$$

$$\log x^3 = \log \frac{1000}{27}$$

Odlogaritmujeme. Úloha přechází ve snadno řešitelnou rovnici:

$$x^3 = \frac{1000}{27} \quad x = \sqrt[3]{\frac{1000}{27}} = \underline{\underline{\frac{10}{3}}}$$

$$P = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$$

Úlohy k samostatnému řešení

Další logaritmické rovnice budete už řešit sami.

Jsou pro vás připraveny **pracovní listy** obsahující zadání úloh.

Každá úloha je vždy doplněna kompletním postupem řešení.

Ten však využijte pouze v případě, že si opravdu nevíte rady. Snažte se úlohy zvládnout bez nápovědy.

Odkazy: