



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49**

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“  
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

**Šablona: III/2 Přírodovědné předměty  
Sada: 3 Matematika**

**Číslo materiálu v sadě: 4**

**Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky**

Název: Lineární nerovnice ve tvaru podílu

Jméno autora: Ondřej Holpuch

Předmět: matematika

Jazyk: český

Klíčová slova: nerovnice, diskuse

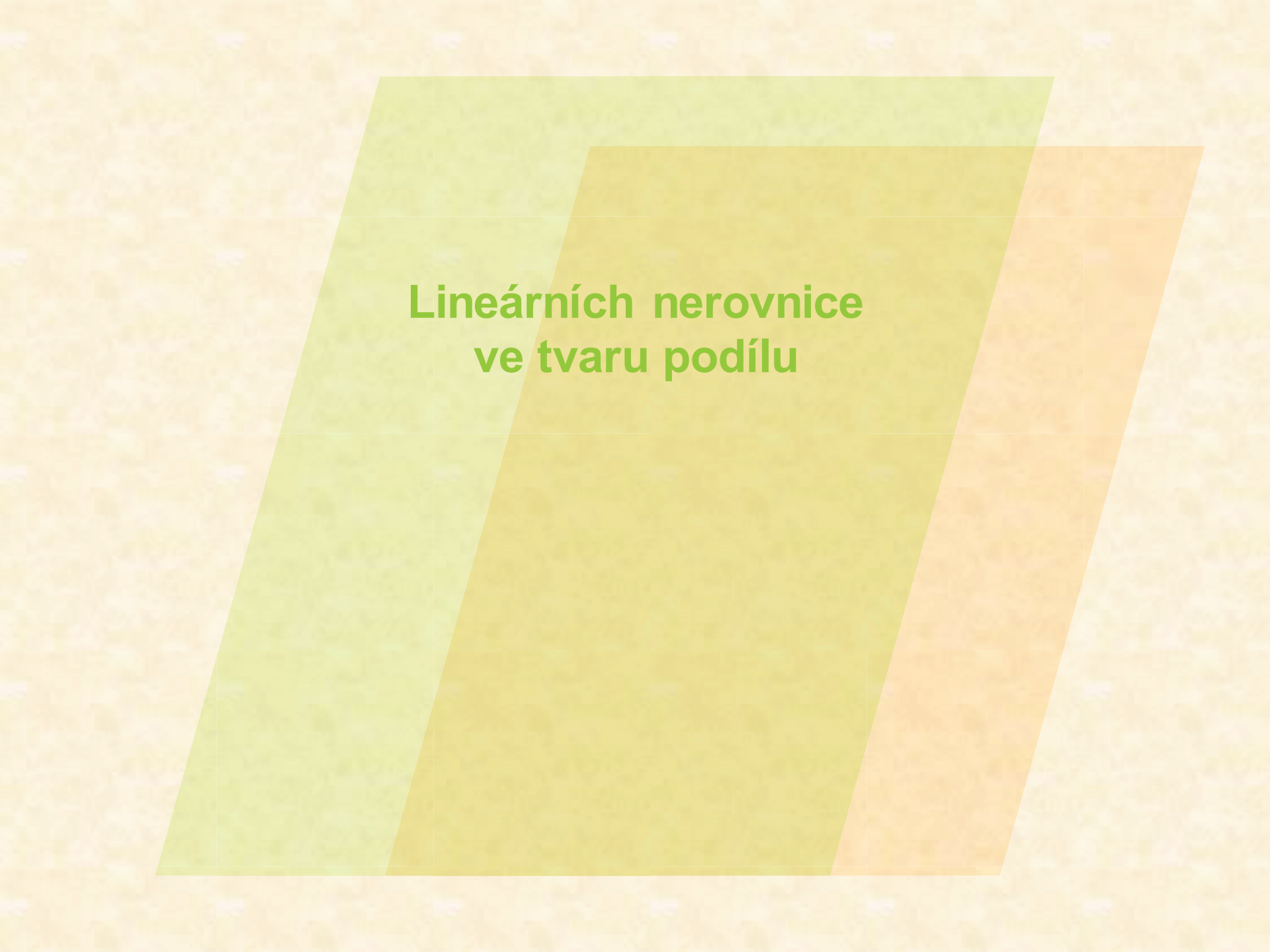
Cílová skupina: žáci 1. ročníku SOŠ

Stupeň a typ vzdělání: 1. stupeň, SOŠ

## Metodický list/anotace

Tento digitální učební materiál slouží jako průvodce řešením lineárních nerovnic ve tvaru podílu. S jeho pomocí učitel provede žáky metodou řešení v diskusi alternativ a následně spolu s žáky vyřeší příklady nerovnic. Na závěr žáci již samostatně řeší vybrané nerovnice.

Datum vytvoření: 23.10. 2012



**Lineárních nerovnice  
ve tvaru podílu**

## Lineární nerovnice ve tvaru podílu lineárních dvojčlenů

- **Lineární nerovnicí ve tvaru podílu** rozumíme každou nerovnici tvaru:

$$\frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d} \left\{ \begin{array}{l} > \\ \geq \\ < \\ \leq \end{array} \right\} 0$$

možné znaky nerovnosti

kde konstanty  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  jsou tzv. **koefficienty nerovnice**.

*Například:*

$$\frac{-x + 3}{2 \cdot x + 1} < 0$$

je nerovnice s koeficienty:

$$a = -1 \quad b = 3 \quad c = 2 \quad d = 1$$

## Znaménko lomeného výrazu

Nejprve si ujasněme: Kdy je lomený výraz kladný (nezáporný) / záporný (nekladný)?

$$\frac{A}{B} > 0$$


Znaménka  $A$  a  $B$  jsou **stejná**.

$$\frac{+4}{+2} = +2 > 0 \quad \frac{-4}{-2} = +2 > 0$$

$$\frac{A}{B} \geq 0$$


$A$  může být navíc i 0.

$$\frac{A}{B} < 0$$


Znaménka  $A$  a  $B$  jsou **opačná**.

$$\frac{+4}{-2} = -2 < 0 \quad \frac{-4}{+2} = -2 < 0$$

$$\frac{A}{B} \geq 0$$


$A$  může být navíc i 0.

## Řešení nerovnice v tzv. diskusi

- ▶ V **diskusi** zvažujeme možnosti znaménka čitatele a jmenovatele lomeného výrazu v nerovnici. Postup řešení se pak větví do alternativ.

**Vysvětlení – příklad 1:**

$$\frac{-x+3}{2 \cdot x+1} > 0$$

**Řešení**

$$\frac{-x+3}{2 \cdot x+1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Znaménko čitatele a jmenovatele je stejné.} \\ \text{Alternativy jsou tyto:} \end{array}$$

$$\text{a) } -x+3 > 0 \quad \wedge \quad 2 \cdot x+1 > 0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline - \\ \hline + \\ \hline \end{array}$$

nebo:

$$\text{b) } -x+3 < 0 \quad \wedge \quad 2 \cdot x+1 < 0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline - \\ \hline - \\ \hline - \\ \hline \end{array}$$

Dostáváme dvě soustavy lineárních nerovnic o jedné neznámé  $x$ .

Řešení 1. alternativy – soustava a)

$$\begin{array}{lcl} \text{a)} & -x + 3 > 0 & \wedge & 2 \cdot x + 1 > 0 \\ & -x > -3 & \wedge & 2 \cdot x > -1 \\ & \underline{x < 3} & \wedge & \underline{x > -\frac{1}{2}} \end{array}$$

$\begin{array}{c} + \\ + \end{array}$

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :

$$\underline{x \in \left(-\frac{1}{2}; 3\right)}$$

Řešení 2. alternativy – soustava b)

$$\begin{array}{lcl} \text{b)} & -x + 3 < 0 & \wedge & 2 \cdot x + 1 < 0 \\ & -x < -3 & \wedge & 2 \cdot x < -1 \\ & \underline{x > 3} & \wedge & \underline{x < -\frac{1}{2}} \end{array}$$

$\begin{array}{c} - \\ - \\ - \end{array}$

(Stačí obrátit výsledné nerovnosti z a))

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :

$$\underline{x \in \emptyset}$$

Řešením nerovnice bude sjednocení množin z dílčích řešení a) a b), tj.:

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; 3\right) \cup \emptyset = \underline{\underline{\left(-\frac{1}{2}; 3\right)}}$$



## Příklad 2

Vyřešme nerovnici v  $\mathbf{R}$ :  $\frac{x-3}{4 \cdot x-1} \geq 0$

**Řešení**  $\frac{x-3}{4 \cdot x-1} \geq 0 \Leftrightarrow$  Znaménko čitatele a jmenovatele je stejné, ale čítec může být i roven nule. Alternativy jsou tyto:

a)  $x-3 \geq 0 \quad \wedge \quad 4 \cdot x-1 > 0$  +  
—  
+

nebo:

b)  $x-3 \leq 0 \quad \wedge \quad 4 \cdot x-1 < 0$  —  
—  
—

Řešení 1. alternativy – soustava a)

a)  $x-3 \geq 0 \quad \wedge \quad 4 \cdot x-1 > 0$  +  
—  
+

$x \geq 3$   $\wedge$   $4 \cdot x > 1$

$\wedge$   $x > \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :  $x \in \langle 3; +\infty \rangle$

Řešení 2. alternativy – soustava b)

$$\text{b) } x - 3 \leq 0 \quad \wedge \quad 4 \cdot x - 1 < 0$$

$$\underline{x \leq 3} \quad \wedge \quad 4 \cdot x < 1$$

$$\wedge \quad \underline{\underline{x < \frac{1}{4}}}$$



(Stačí obrátit výsledné nerovnosti z a))

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :

$$\underline{\underline{x \in \left( -\infty; \frac{1}{4} \right)}}$$

Řešením nerovnice bude sjednocení množin z dílčích řešení a) a b), tj.:

$$\underline{\underline{x \in \left( -\infty; \frac{1}{4} \right) \cup \langle 3; +\infty \rangle}}$$

### Příklad 3

Vyřešme nerovnici v  $\mathbf{R}$ :  $\frac{2x+3}{x-10} < 0$

**Řešení**  $\frac{2x+3}{x-10} < 0 \Leftrightarrow$  Znaménko čitatele a jmenovatele je opačné.  
Alternativy jsou tyto:

a)  $2x+3 > 0 \quad \wedge \quad x-10 < 0$  +  
—  
—

nebo:

b)  $2x+3 < 0 \quad \wedge \quad x-10 > 0$  —  
—  
+

Řešení 1. alternativy – soustava a)

a)  $2x+3 > 0 \quad \wedge \quad x-10 < 0$  +  
—  
—

$\underline{\underline{x > -\frac{3}{2}}} \quad \wedge \quad \underline{\underline{x < 10}}$

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :  $\underline{\underline{x \in \left(-\frac{3}{2}; 10\right)}}$

Řešení 2. alternativy – soustava b)

$$\text{b) } 2x + 3 < 0 \quad \wedge \quad x - 10 > 0$$

$$\underline{\underline{x < -\frac{3}{2}}} \quad \wedge \quad \underline{\underline{x > 10}}$$



(Stačí obrátit výsledné nerovnosti z a))

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :

$$\underline{\underline{x \in \emptyset}}$$

Řešením nerovnice bude sjednocení množin z dílčích řešení a) a b), tj.:

$$x \in \left(-\frac{3}{2}; 10\right) \cup \emptyset = \underline{\underline{\left(-\frac{3}{2}; 10\right)}}$$

### Příklad 4

Vyřešme nerovnici v  $\mathbf{R}$ :

$$\frac{x}{x+8} \leq 0$$

**Řešení**

$$\frac{x}{x+8} \leq 0 \quad \Leftrightarrow$$

Znaménko čitatele a jmenovatele je opačné.  
Čítecíl může být i roven 0. Alternativy jsou tyto:

$$\text{a) } \quad x \geq 0 \quad \wedge \quad x+8 < 0$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline - \end{array}$$

nebo:

$$\text{b) } \quad x \leq 0 \quad \wedge \quad x+8 > 0$$

$$\begin{array}{c} - \\ \hline + \end{array}$$

Řešení 1. alternativy – soustava a)

$$\text{a) } \quad \underline{x \geq 0} \quad \wedge \quad x+8 < 0$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline - \end{array}$$

$$\wedge \quad \underline{x < -8}$$

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :

$$\underline{x \in \emptyset}$$

Řešení 2. alternativy – soustava b)

$$b) \quad \underline{\underline{x \leq 0}} \quad \wedge \quad x + 8 > 0$$

$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \wedge \quad \underline{\underline{x > -8}}$$



(Stačí obrátit výsledné nerovnosti z a))

Z toho plyne pro neznámou  $x$ :

$$\underline{\underline{x \in (-8; 0\rangle}}}$$

Řešením nerovnice bude sjednocení množin z dílčích řešení a) a b), tj.:

$$x \in (-8; 0\rangle \cup \emptyset = \underline{\underline{(-8; 0\rangle}}}$$

## Úlohy k samostatnému řešení

$$\frac{3x-1}{5-x} > 0$$

$$\frac{4x-9}{9x+4} \leq 0$$

$$\frac{6x}{7x-14} < 0$$

$$\frac{-3}{x-7} < 0$$

$$\frac{x+1}{x-3} < 2$$

$$\frac{2x-1}{x-1} \geq -3$$

$$\frac{1}{x} > 10$$

Nejdříve rovnici zjednodušte vynásobením a vydělením.

Odečtěte 2 a vlevo převed'te na jeden lomený výraz.

Přičtěte 3 a vlevo převed'te na jeden lomený výraz.

$$\left[ x \in \left( \frac{1}{3}; 5 \right) \right]$$

$$\left[ x \in \left( -\frac{4}{9}; \frac{9}{4} \right) \right]$$

$$[x \in (0; 2)]$$

$$[x \in (7; +\infty)]$$

$$[x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)]$$

$$\left[ x \in \left( -\infty; \frac{4}{5} \right) \cup (1; +\infty) \right]$$

$$[x \in (0; 0,1)]$$

Odkazy: