



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Střední průmyslová škola strojnická Olomouc, tř.17. listopadu 49**

**Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu „Výuka moderně“  
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0205**

**Šablona: III/2 Přírodovědné předměty**

**Sada: 3 Matematika**

**Číslo materiálu v sadě: 11**

**Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky**

Název: Konvexní čtyřúhelníky - rozdělení

Jméno autora: Mgr. Jana Masaryková

Předmět: Matematika

Jazyk: Čeština

Klíčová slova: čtyřúhelník, rovnoběžník, různoběžník, lichoběžník

Cílová skupina: žák

Stupeň a typ vzdělání: odborné vzdělání

Očekávaný výstup: používá geometrické pojmy, rozezná druhy konvexních čtyřúhelníků  
a vypočítá jejich obsah a obvod

Metodický list/anotace

Vytvořeno: 26.9.2012

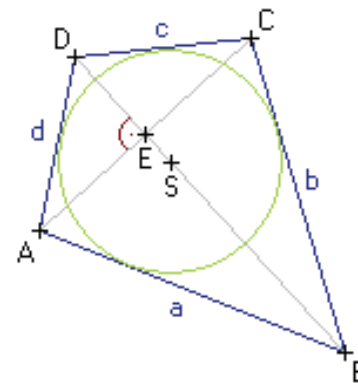
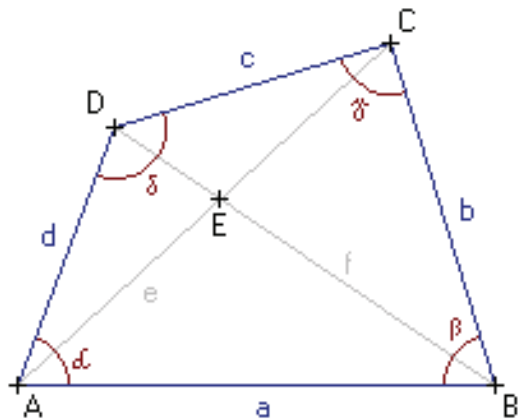
**Prezentace je zaměřena na rozdělení konvexních čtyřúhelníků, je vhodná k přímé výuce i samostudiu.**

# Konvexní čtyřúhelníky - rozdělení

## Konvexní čtyřúhelníky

dělíme podle vzájemné polohy stran na:

1) Různoběžníky - každé dvě protější strany jsou různoběžné



speciálním případem je

**deltoid**

2) Rovnoběžníky - každé dvě protější strany jsou rovnoběžné

### Vlastnosti rovnoběžníků

- protilehlé strany jsou shodné
- protilehlé vnitřní úhly jsou shodné a vnitřní úhly přilehlé k téže straně jsou výplňkové
- úhlopříčky se navzájem půlí

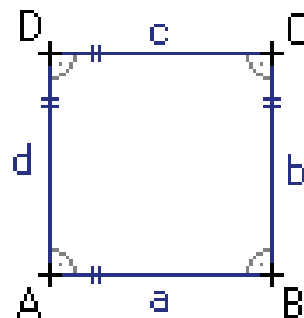
### Druhy rovnoběžníků

Pravoúhlé: a) čtverec  
b) obdélník

Kosoúhlé: c) kosočtverec  
d) kosodélník

## a) Čtverec

- má všechny vnitřní úhly pravé
- má všechny strany shodné
- úhlopříčky jsou shodné, navzájem kolmé a půlí jeho vnitřní úhly

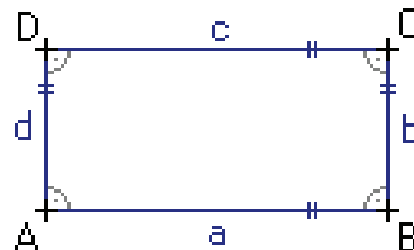


obvod:  $o=4a$  obsah:  $S=a^2$

$$S = \frac{1}{2}u^2$$

## b) Obdélník

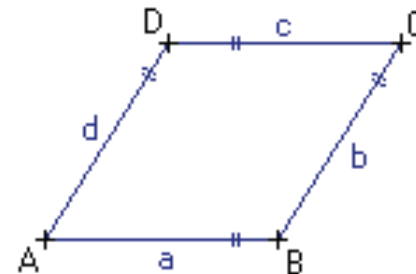
- má všechny vnitřní úhly pravé
- velikosti sousedních stran si nejsou rovny
- úhlopříčky jsou shodné



obvod:  $o=2(a+b)$  obsah:  $S=ab$

### c) Kosočtverec

- vnitřní úhly nejsou pravé
- všechny strany jsou shodné
- úhlopříčky jsou navzájem kolmé a půlí jeho vnitřní úhly



Obvod:  $o=4a$     Obsah:  $S=av$

$$S=a^2 \cdot \sin \alpha$$

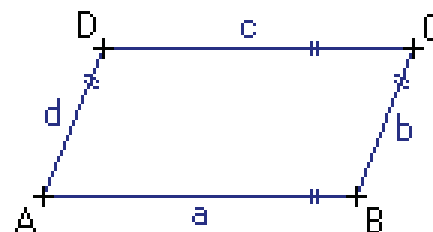
$$S=\frac{1}{2} u_1 u_2$$

### d) Kosodélník

- vnitřní úhly nejsou pravé
- sousední strany nejsou shodné

Obvod:  $o=2(a+b)$     Obsah:  $S=av$

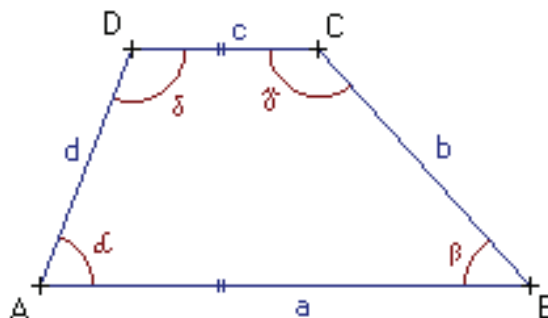
$$S=ab \cdot \sin \alpha$$





### 3) Lichoběžníky

- dvě protější strany jsou rovnoběžné a zbývající strany jsou různoběžné
- rovnoběžné strany se nazývají základny, různoběžné strany se nazývají ramena



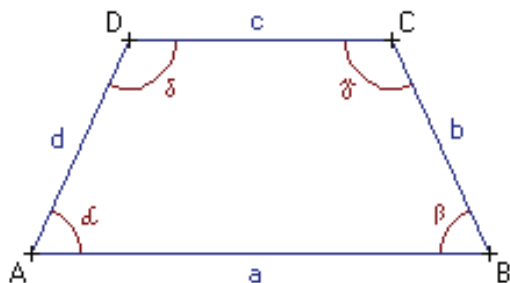
Obvod:  $o = a + b + c + d$

Obsah:  $S = \frac{a+c}{2} \cdot v_a$   
 $S = s \cdot v_a$

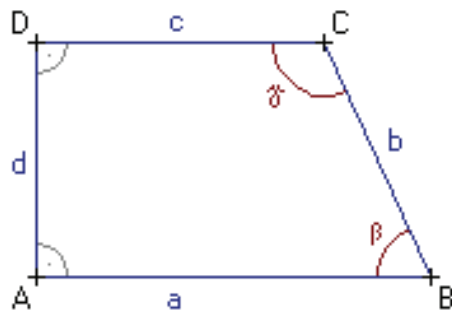
kde  $s = \frac{1}{2} (a+c)$  je střední příčka

## Zvláštní druhy lichoběžníků

- a) Rovnoramenný lichoběžník - jeho ramena jsou shodná  
- je souměrný dle osy  $o$   
spojující středy obou základem

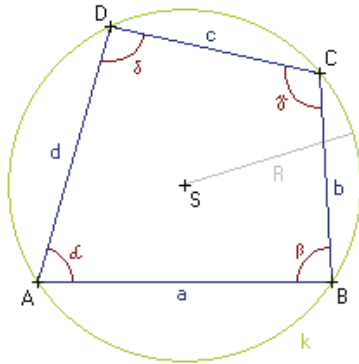


- b) Pravoúhlý lichoběžník - jedno rameno je kolmé k základně

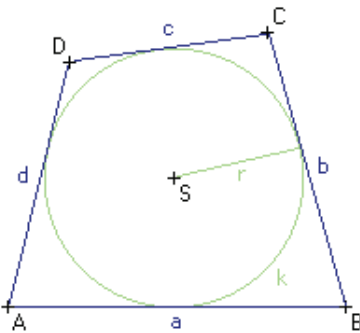


## Tečnový a tětivový čtyřúhelník

- 1) Tětivový čtyřúhelník - lze sestavit opsanou kružnicí  
- strany čtyřúhelníku tvoří tětivy opsané kružnice



- 2) Tečnový čtyřúhelník - lze sestavit vepsanou kružnicí  
- strany čtyřúhelníku tvoří tečny vepsané kružnice



Pozn. Čtyřúhelník, kterému lze vepsat i opsat kružnici se nazývá dvojtředový

# Shrnutí



## Příklady

- 1) Ve čtverci je dána úhlopříčka  $u=12\text{cm}$ . Vypočítejte obsah čtverce  $S$  a stranu  $a$ .

Jak budeme postupovat?

## Řešení:

Použijeme vzorec pro výpočet obsahu pomocí úhlopříčky  $S = \frac{1}{2} u^2$

dosadíme tedy do vzorce

$$S = \frac{1}{2} \cdot 12^2$$
$$S = \frac{1}{2} \cdot 144 = 72 \text{ cm}^2$$

Stranu  $a$  získáme dosazením do vzorce pro výpočet obsahu  $S = a^2$

$$a^2 = 72$$

$$a = \sqrt{72}$$

$$a \doteq 8,485 \text{ cm}$$

Obsah čtverce je tedy  $72 \text{ cm}^2$  a strana  $a$  má délku asi  $8,5 \text{ cm}$ .

**2) Zahrada má tvar obdélníku a má obvod 140m a obsah 1125m<sup>2</sup>.  
Vypočítej rozměry zahrady.**

**Jak budeme postupovat?**

## Řešení:

$$o = 2(a+b) \quad \wedge \quad S = ab$$

*Dosadíme a řešíme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých*

$$140 = 2(a+b) \quad \wedge \quad 1125 = ab$$

*Z 1.rovnice vyjádříme neznámou a a dosadíme do 2.rovnice*

$$140 = 2(a+b) \quad / :2$$

$$70 = a+b \quad / - b$$

$$\underline{70 - b = a}$$

$$1125 = (70 - b)b$$

$$1125 = 70b - b^2 \quad / + b^2 - 70b$$

$$\underline{b^2 - 70b + 1125 = 0}$$

$$b_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-70) \pm \sqrt{(-70)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1125}}{2 \cdot 1} \rightarrow$$

**$b_1=25$  a  $b_2=45$**  a po dosazení zpět do 1.rovnice  **$a_1=45$  a  $a_2=25$**

Rozměry zahrady jsou 25m a 45m.



- 3) Vypočítejte délky úhlopříček a stranu kosočtverce, je-li jeho obsah  $48\text{m}^2$  a velikost úhlopříček je v poměru 3:2 .**

**Jak budeme postupovat?**

## Řešení:

$$S = \frac{1}{2} u_1 \cdot u_2 \text{ a zároveň } u_1 : u_2 = 3 : 2$$

ze 2. rovnice vyjádříme neznámou  $u_1$  a dosadíme do 1. rovnice

$$48 = \frac{1}{2} u_1 \cdot u_2 \quad \wedge \quad u_1 = \frac{3}{2} u_2$$

$$48 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot u_2 \cdot u_2 \quad / \cdot 4$$

$$192 = 3 \cdot u_2^2 \quad / : 3$$

$$64 = u_2^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$u_2 = 8 \text{ m}$$

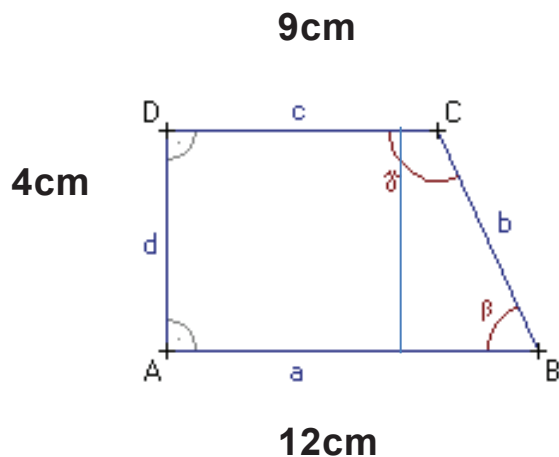
$$\text{pak } u_1 = \frac{3}{2} \cdot 8 \rightarrow u_1 = 12 \text{ m}$$

Velikost úhlopříček kosočtverce je 8 a 12 metrů.

- 4) V pravoúhlém lichoběžníku mají základny délky 12 cm a 9cm, výška je 4cm. Vypočítejte obsah a obvod lichoběžníku.**

**Jak budeme postupovat?**

## Řešení:



$$S = \frac{a+c}{2} \cdot v$$

$$S = \frac{12+9}{2} \cdot 4$$

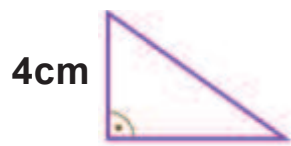
$$\underline{S = 42\text{cm}^2}$$

velikost druhého ramena spočítáme

z Pythagorovy věty  $c^2 = a^2 + b^2$

$$c^2 = 4^2 + 3^2$$

$$c^2 = 25 \text{ tj. } \underline{c = 5 \text{ cm}}$$



$$12-9 = 3\text{cm}$$

$$o = a+b+c+d = 12+5+9+4 = \underline{30\text{cm}}$$

Obsah lichoběžníku je  $42\text{cm}^2$  a obvod je 30 cm.

## ODKAZY

- POLÁK, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 8. vyd. Praha : Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-267-8. s. 608.
- JIRÁSEK, František a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU 1. část*. Dotisk 5. vydání. Praha : Prométheus, 1986. ISBN 80-85849-55-0 (\*D)
- Kurka, Š., *Konstrukční úlohy*. [online]. [cit. 2012-09-21]. Dostupné z WWW:<[www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/stepan\\_kurka\\_dp/ctyruhelnik.php](http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/stepan_kurka_dp/ctyruhelnik.php)>. Diplomová práce. UK Praha.